

ПОСТРОЕНИЕ СИНТЕТИЧЕСКИХ СЕЙСМОГРАММ НА АНТИПОДАЛЬНЫХ РАССТОЯНИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ

Усольцева Ольга Алексеевна

канд. физ.-мат. наук, Институт динамики геосфер РАН

В настоящей работе описаны два алгоритма построения полноволновых синтетических сейсмограмм: DSM метод («решение прямой задачи») и аналитически-спектрально-элементный для осе-симметричных моделей. Проведен их сравнительный анализ для антиподальных эпицентральных расстояний и стандартных моделей Земли.

In the paper two different simulations of complete synthetic seismograms: direct solution method (DSM) and analytic-spectral-element approach for axisymmetric models (AXISEM) were described. The comparison between two algorithms was performed for epicenter antipodal distances and standard Earth models.

Ключевые слова: синтетические сейсмограммы, антиподальные расстояния, DSM, AXISEM.

Keywords: synthetic seismograms, antipodal distances, DSM, AXISEM.

Вычисление синтетических сейсмограмм играет важную роль в исследованиях, т.к. при сравнении синтетических сейсмограмм с экспериментальными возможно обнаружить различные особенности в недрах Земли. В работе обсуждается метод, который называется «решение прямой задачи» (direct solution method, DSM) [1] и комбинированный аналитически-спектрально-элементный метод (AXISEM) [2]. Оба алгоритма пригодны для построения полноволновых синтетических сейсмограмм на антиподальных расстояниях с максимальной частотой 1 Гц для вязкоупругих трансверсально-изотропных сферически симметричных моделей. На сегодняшний день при вычислении глобальных синтетических сейсмограмм возможность построения временных рядов, удовлетворяющих данному частотному критерию, важна из-за последующего сравнения их с широкополосными сейсмическими записями. Большим преимуществом применяемых методов по сравнению с другими является правильное построение волнового поля в зонах каустики, около точек трипликации и для дифрагированных волн. В рамках данного исследования синтетические сейсмограммы рассчитывались с использованием 8-ми ядерных CPU Intel Xeon компьютера «Ломоносов 1» суперкомпьютерного комплекса НИВЦ МГУ [3]. Обе программы написаны на MPI Фортране.

Уравнение движения. Уравнение движения в рамках динамической теории упругости в 3-хмерном пространстве имеет вид

$$\nabla_j (\sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{k,l}) = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + F_i \quad (1),$$

где C_{ijkl} - тензор упругих постоянных четвертого ранга, ε - тензор деформаций, который выражается через производные смещения по координате, \mathbf{u} – вектор смещения, \mathbf{F} – вектор объемной силы, ρ - плотность. Часто уравнение движения удобно записать в интегральной форме. Применяв метод взвешенных невязок, т.е. задав множество линейно-независимых весовых функций w_i и домножив на них подинтегральные выражения, мы получаем слабую форму уравнения движения (2), которая эквивалентна уравнению (1).

$$\int_V \rho w_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV - \int_V \frac{\partial w_i}{\partial x_j} C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} dV = - \int_V w_i F_i dV \quad (2).$$

В одном из подходов (программа AXISEM) в результате интегрирования уравнение (2) сводится к системе линейных дифференциальных уравнений (3).

$$\mathbf{T}\ddot{\mathbf{u}} - \mathbf{H}\mathbf{u} = -\mathbf{g} \quad (3)$$

Суть другого подхода (программа DSM) состоит в представлении вектора смещений в частотной области в виде линейной комбинации базисных функций, зависящих от пространственных координат, с неизвестными коэффициентами \mathbf{x} с последующим переходом от интегрального уравнения движения в частотной области к линейной системе уравнений вида (4).

$$(\omega^2 \mathbf{T}_1 - \mathbf{H}_1)\mathbf{x} = -\mathbf{g}_1 \quad (4),$$

где ω – частота. При этом в качестве весовых множителей выбираются комплексно сопряженные базисные функции.

Алгоритм DSM. В DSM методе (<http://www.eri.u-tokyo.ac.jp/people/takeuchi/>) уравнение движения решается в сферических координатах. Базисные функции получены перемножением линейных сплайн функций, отвечающих за изменения в вертикальном направлении, и сферических функций, отвечающих за изменения в горизонтальном направлении. Количество используемых сферических функций связано с номером заданного углового порядка. Процедура расчета методом DSM включает 5 этапов.

1. Создание численной сетки. Задаваемые пользователем максимальный угловой порядок для сферических функций и количество точек сетки в радиальном направлении являются определяющими при выборе между точностью вычислений и количеством затрачиваемого процессорного времени. Для антиподальных расстояний максимальный угловой порядок равен 12000, а количество точек в радиальном направлении 14000. Чтобы сэкономить количество затрачиваемого процессорного времени без ухудшения точности расчетов, устанавливается граничная глубина, до которой будет рассчитываться данная базисная функция в зависимости от частоты и углового порядка.

2. Вычисление матрицы $\omega^2 \mathbf{T}_1 - \mathbf{H}_1$, из (4). Численное интегрирование проводится с использованием специально разработанного для этой задачи матричного оператора, который минимизирует ошибку решения для данной сетки и данного частотного диапазона.

3. Вычисление волнового поля для каждой частоты. Количество частот и длина временного интервала задаются пользователем. Для данного случая длина

интервала 2048 сек, максимальная разрешенная частота 1 Гц, частота оцифровки 16 Гц.

4. Учет граничных условий, вычисление смещения и напряжения на границах.

5. Переход во временную область с помощью быстрого обратного преобразования Фурье. Вывод сейсмограмм.

Существенное уменьшение времени счета достигается при распараллеливании на 4 процессора, далее время расчета падает незначительно, т. к. все вычисления взаимосвязаны. Для приведенных настроек с использованием 8 процессоров Intel Xeon 2930МГц и 49 станций на $\Delta=160^0-180^0$ вычисления делятся 12 часов. При этом затрачивается 6Гб виртуальной памяти.

Преимущество использования DSM – это получение высокочастотных синтетических сейсмограмм для одномерных глобальных скоростных моделей с использованием меньших вычислительных ресурсов и дискового пространства, чем при спектрально-элементном подходе. Также плюсами использования DSM являются более простой расчет для произвольного тензора моментов в источнике, возможность без больших вычислительных затрат задавать в моделях скачки первого рода и возможность провести вычисления на обычном ПК.

Алгоритм AXISEM. Подход, развитый в программе AXISEM (<http://seis.earth.ox.ac.uk/axisem/>), является комбинированным аналитически-спектрально-элементным. Решение уравнения движения выполняется в цилиндрической системе координат. Зависимость волнового поля от азимута вычисляется аналитически. Трехмерная задача сводится в общем случае к двумерным задачам. Алгоритм состоит из 3 частей.

1. В первой части Земля разбивается на четырехугольники в основном с двумя противоположными полукруглыми сторонами. Распределение скорости продольных, поперечных волн, плотности и затухания раскладывается по базису двумерных полиномов Лагранжа до 4-го, 5-го или 6-го порядка, при этом коэффициенты выбираются так, чтобы выполнялось условие непрерывности смещения на границах элементов. Точность расчета сейсмограмм зависит от количества элементов, на которые разбили Землю, и от порядка полиномов Лагранжа.

2. Во второй части внутри каждого четырехугольника проводится численное интегрирование по двум пространственным координатам. Интегрирование основано на использовании квадратурных формул Гаусса-Лежандра-Лобатто. Высокая точность достигается за счет специального выбора узлов интегрирования. Благодаря совместному использованию квадратурных формул Гаусса-Лежандра-Лобатто и интерполяционных полиномов Лагранжа рассчитываемая матрица приобретает диагональный вид и следовательно тривиальна при обращении. Далее для установления зависимости от времени используется явная схема Ньюмарка второго порядка.

3. В третьей части учитывается временная функция источника и тензор моментов в источнике. Сейсмограммы преобразуются в удобный для пользователя вид.

Ниже описан механизм распараллеливания в AXISEM и указаны объемы требуемой оперативной памяти. Изначально на одном ядре выполняется разбиение Земли на элементы. Для минимального периода 1 с количество таких элементов равно 9566720, при разбиении требуется 22ГБ оперативной памяти. Элементы объединяются в 1024 области, для этого задается 8 вертикальных границ и 128 горизонтальных. Далее производится расчет сейсмограмм на 1024 ядрах. В кэше каждого ядра хранится информация о физических величинах только для одной области (1.9МБ). Для одного шага по времени численное интегрирование в элементах каждой области выполняется с помощью одного ядра. Такой подход обеспечивает равномерную загрузку всех ядер и минимизирует обмен информацией между ядрами. Согласно итоговой статистике вычислительная часть занимает около 56% времени работы программы, на сборку и передачу информации между ядрами уходит 24 %, задержки, связанные с ожиданием, составляют 7%. Разработчиками AXISEM установлено, что наименьшее время счета на суперкомпьютере Cray XE6 с пиковой производительностью 1.2 Пфлопс с использованием 8-ми ядерных CPU AMD с частотой 2100 МГц для минимального периода 1с достигается при использовании 8000 ядер. Для каждого элемента и одного шага по времени требуется 8 мкс машинного времени.

Для эпицентральных расстояний 160° - 180° и 49 станций вычисления длятся 2 ч на 1024 ядрах. Полученные сейсмограммы имеют частоту оцифровки 135 Гц.

Преимущества использования AXISEM – эффективное распараллеливание на большое количество процессоров и как следствие, малое время счета, возможность проведения расчетов для трехмерно-неоднородных глобальных скоростных моделей с осевой симметрией. Полученные сейсмограммы имеют высокую частоту оцифровки, что важно при свертке или при применении Фурье преобразования к сейсмограммам. AXISEM требует в несколько раз меньше вычислительных мощностей и дискового пространства, чем чисто спектрально-элементный метод, реализованный в программе SPECFEM3D GLOBE. Согласно [2] при использовании 8000 процессоров время расчета сейсмограмм на антиподальных расстояниях с минимальным периодом 1с со 120 мин. уменьшается до 30 мин.

Особенности волновой картины на антиподальных расстояниях для моделей IASP91 и PREM из синтетических сейсмограмм. В связи с тем, что расчеты полноволновых синтетических сейсмограмм на $\Delta=178^{\circ}$ - 180° являются достаточно громоздкими, проведена проверка правильности работы методов с помощью применения их к одним и тем же скоростным моделям с заданием одних и тех же начальных условий. Для всех синтетических сейсмограмм источник расположен на глубине 500 км. Обе модели IASP91 [4] и PREM [5]

включают границу внутреннее – внешнее ядро в виде скачка первого рода в скоростях распространения продольных и поперечных волн, а также плотности на глубине около 5150 км, но имеют свои особенности вблизи этой границы.

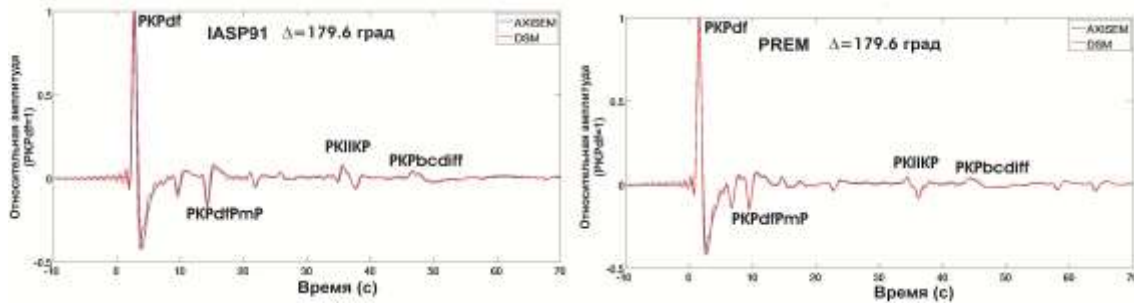


Рис.1. Сравнение результатов расчета DSM и AXISEM на $\Delta=179.6^{\circ}$ для моделей PREM и IASP91. Представлены смещения, минимальный период 1 с, один элемент тензора моментов в источнике отличен от нуля $M_{zz}=1$. Временная функция источника представляет собой Гауссову функцию шириной 1 с.

На $\Delta=178^{\circ}$ - 180° первое колебание имеет максимальную амплитуду на рассматриваемом 70-секундном временном интервале и связано с волной PKPdf (рис.1), время пробега которой 1151-1152 сек. В последующие 20 сек наиболее сильные колебания связаны с волнами PKPdfP20P и PKPPmP, отраженными от границ 20 км и 35 км в зоне приемника в модели IASP91 и волнами PKPdfP15P и PKPPmP в модели PREM. Эти волны имеют полярность, противоположную волне PKPdf и в 10 раз меньшую амплитуду. Часть сейсмограммы с 30-й по 50-ую секунду после первого вступления формируется за счет волн PKIKP и PKPbcdiff, которые визуальнo идентифицируются на синтетических сейсмограммах без применения специальных методик и находятся на расстоянии 10-11 сек друг от друга. Волна PKIKP имеет разную форму для моделей IASP91 и PREM. Амплитуда волны PKIKP в антиподе в 2.75 раз больше амплитуды волны PKPbcdiff для IASP91 и в 2 раза больше для PREM. Характер колебаний на антиподальных расстояниях идентичен при проведении расчетов AXISEM и DSM методами. При использовании DSM присутствует периодическая помеха, не усложняющая идентификацию основных фаз (рис.1).

Выводы. Алгоритмы DSM и AXISEM' эффективны для моделирования фаз, связанных с ядром Земли, на антиподальных расстояниях. Рассчитываемые синтетические сейсмограммы упрощают понимание волновой картины. Вычисления с использованием двух различных методов повышают надежность результатов.

Список литературы

1. Iritani R., N. Takeuchi, H. Kawakatsu Intricate heterogeneous structures of the top 300 km of the Earth's inner core inferred from global array data: I. Regional 1D attenuation and velocity profiles, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 230 (2014) 15–27
2. Nissen-Meyer T. , M. van Driel , S. C. Stähler, K. Hosseini, S. Hempel, L. Auer, A. Colombi, and A. Fournier, AxiSEM: broadband 3-D seismic wavefields in axisymmetric media, *Solid Earth*, 5, 425–445, 2014 www.solid-earth.net/5/425/2014/, doi:10.5194/se-5-425-2014,
3. Воеводин В.В., Жуматий С.А., Соболев С.И., Антонов А.С., Брызгалов П.А., Никитенко Д.А., Стефанов К.С., Воеводин В.В. Практика суперкомпьютера "Ломоносов" // Открытые системы. - Москва: Издательский дом "Открытые системы", N 7, 2012. С. 36-39
4. Kennett B.L.N. and Engdahl E.R., Travel times for global earthquake location and phase association, *Geophysical Journal International*, 105, 1991. 429-465, doi:10.17611/DP/9991809
5. Dziewonski, A. M., and D. L. Anderson. Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Plan. Int.* 25, 1981, 297-356, doi:10.17611/DP/9991844